

Les Fractions

I. Rappel : Vocabulaire & définitions

1) Quotient de deux nombres.

Une division peut s'écrire de plusieurs façons

Ex : $2,5 \div 3$ $2,5 : 3$ $2,5 / 3$ $\frac{2,5}{3}$ $2,5 \overline{) 3}$

Le résultat de la division est s'appelle **le quotient**.

$$6 \div 3 = 2$$

$$3 \times 2 = 6$$

$$a \div b = q$$

$$b \times q = a$$

2) Définition :

le quotient d'un nombre **a** par un nombre **b** est le nombre qu'il faut multiplier par **b** pour trouver **a**, il est noté $\frac{a}{b}$.

Si la division se termine on dit que le quotient est **exact**, sinon on dit que le quotient est **approché**

$$\begin{array}{r} 2,5 \\ 2,5 \\ \underline{10} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

Ex :

0,83 c'est un **quotient approché par défaut** à $\frac{1}{100}$ près

0,84 est un **quotient approché par excès**

Le **quotient exact** s'écrit $\frac{2,5}{3}$, c'est une écriture fractionnaire.

3) Définition d'une fraction.

Si les nombres a et b sont des entiers, alors l'écriture a sur b est appelée une fraction (b différent 0).

Trait de fraction $\frac{a}{b}$ Numérateur
Dénominateur

Attention :

Le nombre b n'est pas nul.

Le nombre b doit être différent de 0. ($b \neq 0$ car la division par 0 est impossible).

$\frac{25}{4}$ est une fraction, $\frac{2,3}{3}$ Est une écriture fractionnaire; $\frac{2,5}{3}$ et $\frac{25}{4}$ sont quotients

Le quotient $\frac{5}{4} = 1,25$ c'est aussi un nombre décimal.

Le quotient $\frac{1}{3}$ est une fraction, mais n'est pas un nombre décimal on ne connaît pas sa partie décimale

$\frac{1}{3} = 0,333\ldots$ (On dit que c'est un **nombre rationnel**. Les nombres rationnels sont les nombres qu'on peut écrire sous forme d'une fraction.)

Un nombre fractionnaire peut avoir plusieurs écritures. Exemple : $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \ldots$

II. Simplification des fractions

a) quotients égaux

Effectuer les quotients :

$$\frac{1,2}{1,6} = 0,75 \quad \frac{6}{8} = 0,75 \quad \frac{3}{4} = 0,75$$

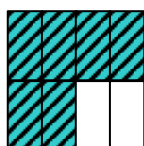
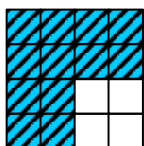
Le résultat de la division est toujours égal à 0,75. Donc les quotients sont égaux.

$$\frac{1,2}{1,6} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

b) fractions égales

Représenter sur un dessin les $\frac{12}{16}$, les $\frac{6}{8}$ et les $\frac{3}{4}$ d'une même figure. (Par exemple : un même carré).

Que peut-on dire de ces fractions ?



Ces fractions représentent la même quantité, elles sont égales

$$\frac{12}{16} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

c) fraction irréductible

$\frac{3}{4}$ est la fraction *la plus simple*, elle est appelée fraction *simplifiée* ou fraction *irréductible*.

d) Simplification des fractions

$$\frac{12}{16} = \frac{3}{4} \quad \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \quad \frac{75}{100} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

Pour simplifier une fraction on cherche un **diviseur commun**, c'est-à-dire on cherche un même nombre qui divise à la fois le numérateur et le dénominateur. Puis on divise le numérateur et le dénominateur par ce nombre.

Règle de simplification des fractions

Pour simplifier une fraction on divise son numérateur et son dénominateur par un même nombre différent de zéro.

f) Utilisation de la calculatrice

Simplifier les fractions suivantes : $\frac{17}{51}$, $\frac{512}{96}$, $\frac{48}{72}$

On utilise la touche d/c (a+b/c)

touche :	Affichage :
1 7 d/c 5 1	17 ÷ 51
EXE	1 ÷ 3

Résultat :

$$\frac{17}{51} = \frac{1}{3} ; \quad \frac{512}{96} = \frac{16}{3} ; \quad \frac{48}{72} = \frac{2}{3}$$

III. Comparer deux fractions.

1) Fractions égales

Exemple :

$\frac{48}{72}$ et $\frac{2}{3}$ ces fractions sont-elles égales ?

1^{ère} Méthode : Effectuer les quotients

$$\frac{48}{72} = 0,66 \dots \quad \frac{2}{3} = 0,66 \dots$$

Si les quotients sont égaux, alors les fractions sont égales.

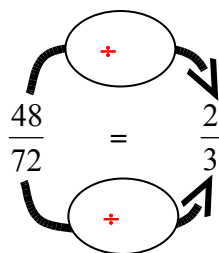
2^{ème} Méthode : Multiplier ou diviser par un même nombre.

$$\frac{48}{72} = \frac{2}{3} \quad \begin{array}{l} 48 \div 24 = 2 \\ 72 \div 24 = 3 \end{array}$$

On ne change pas une fraction lorsqu'on multiplie ou divise son numérateur par un même nombre différent de zéro.

Remarque.

En 6^{ème}, On écrivait :



En 5^{ème} : on écrit : $\frac{48}{72} = \frac{2 \times 24}{3 \times 24} = \frac{2}{3}$
On dit qu'on a simplifié par 24.

$$\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b}$$

3^{ème} Méthode : Produit en croix :

$$\frac{48}{72} = \frac{2}{3}$$

On calcule les produits en croix :

$$\begin{array}{l} 48 \times 3 = 144 \\ 72 \times 2 = 144 \end{array}$$

Les produits en croix sont égaux.

Si les produits en croix sont égaux alors les fractions sont égales

2) Comparer 2 fractions de même dénominateur.

Exemples :

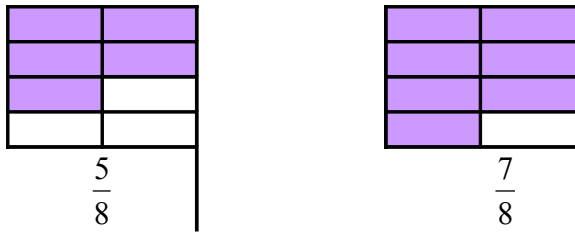
Comparer les fractions suivantes : $\frac{5}{8}$ et $\frac{7}{8}$

Vocabulaire :

Comparer deux fractions, c'est-à-dire si elles sont égales, sinon dire laquelle est la plus grande (ou laquelle est la plus petite).

$\frac{5}{8}$ et $\frac{7}{8}$ sont-elles égales ?

Les produits en croix ne sont pas égaux donc les fractions ne sont pas égales.



Les fractions ont le même dénominateur 8 donc les parts sont égales.

Dans $\frac{7}{8}$ il y a plus de parts que dans $\frac{5}{8}$. Donc $\frac{5}{8} < \frac{7}{8}$

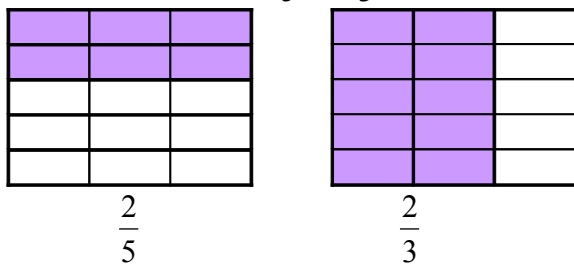
Règles

Si deux fractions ont le même dénominateur, la plus petite et celle qui a le petit numérateur.

3) Comparer 2 fractions de même numérateur

Exemples :

Comparer les fractions suivantes : $\frac{2}{5}$ et $\frac{2}{3}$



Le numérateur est 2, donc on prend le même nombre de parts.

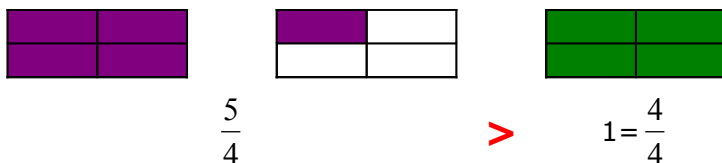
Dans $\frac{2}{3}$ les parts sont plus grandes. Donc $\frac{2}{5} < \frac{2}{3}$

Règle

Si deux fractions ont le même numérateur, la plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur.

4) Comparaison une fraction à l'unité

Exemple : comparer $\frac{5}{4}$ et 1



Dans la fraction $\frac{5}{4}$, le numérateur est plus grand que le dénominateur, donc : $\frac{5}{4} > 1$

Règle

Une fractions est plus grande que 1 si son numérateur plus grand que son dénominateur.

IV. V. Somme et différence de deux fractions.

1) Fractions de même dénominateur.

a) Exemple :

$$A = \frac{7}{2} + \frac{5}{2} = \frac{7+5}{2} = \frac{12}{2} = \frac{6}{1} = 6.$$

$$B = \frac{4}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4-1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

b) Règle.

Pour additionner deux fractions de même dénominateur :

- on garde ce même dénominateur
- et on additionne les numérateurs.

On utilise la même règle pour la soustraction.

c) Ecriture mathématique.

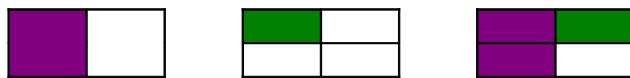
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

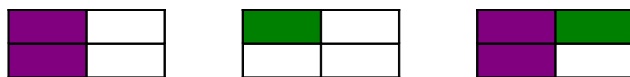
a , b et c sont des nombres quelconques. Le nombre doit être $c \neq 0$

2) Somme de deux fractions de dénominateur différents.

Exemple 1 :


$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

On cherche deux fractions qui ont le même dénominateur et qui sont égales aux fractions données.


$$\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Ce même dénominateur s'appelle : **dénominateur commun**.

On écrit : $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

3) Somme d'une fraction et d'un nombre.

Exemple 1 : Calculer : $\frac{5}{4} + 2$.

Le dénominateur de la fraction est 4. On cherche une fraction égale à 2 et dont le dénominateur est 4.

$2 = \frac{8}{4}$. On écrit donc : $\frac{5}{4} + 2 = \frac{5}{4} + \frac{8}{4} = \frac{13}{4}$.

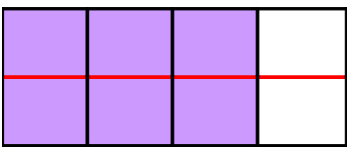
VI. **VII. Produit de deux fractions.**

1) **Exemple1 :**

Calculer $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$

On cherche la moitié des $\frac{3}{4}$ d'une tablette.

$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$. $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{1 \times 3}{2 \times 4} = \frac{3}{8}$



2) **Règle.**

Pour calculer le produit de deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et on multiplie les dénominateurs entre eux.

3) **Ecriture mathématique.**

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Comment ça diffèrent de zéro. Et en plus c'est pas la même chose que l'addition.

a, b, c et **d** sont des nombres quelconques.
Les nombres **b** et **d** doivent être différents de zéro. **b ≠ 0** et **d ≠ 0**

4) **Fraction d'un nombre ou fraction d'une grandeur.**

Exemple 1 :

Calculer : $\frac{2}{5} \times 3$.

Rappel 6^{ème} : pour multiplier un nombre par une fraction, on multiplie ce nombre par le numérateur puis on divise le résultat obtenu par le dénominateur.

On écrit donc : $\frac{2}{5} \times 3 = \frac{2 \times 3}{5} = \frac{6}{5}$.

Ecriture mathématique :

$$\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$$

Eh oui, pour multiplier un fraction par un nombre, on ne multiplie que son numérateur.

VIII. Résolution de problèmes.

Résoudre un problème utilisant des fractions.

Zoé achète une pizza. Elle l'a fait découper en 12 parts identique. A midi, elle en mange 5 parts puis son frère Léo mange la moitié de ce qui reste.

- 1. Quelle fraction de la pizza Zoé a-t-elle mangée ? Faire un schéma.
- 2. Quelle fraction de la pizza reste-t-il avant que Léo se serve ?
- 3. Quelle fraction de la pizza Léo a-t-il mangée ?
- 4. La pizza pesait 600 grammes. Exprimez en grammes la quantité restante de pizza.

Démarche :

- Je dois lire tout l'énoncé. (avant de répondre à la 1^{ère} question)
- Puis je me pose la question : « ai-je compris ? »
- Si oui, je relis pour répondre à la 1^{ère} question.
- Si non Je dois relire tout l'énoncé