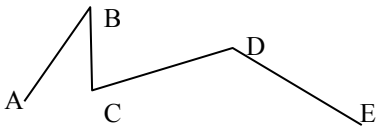
Les parallélogrammes

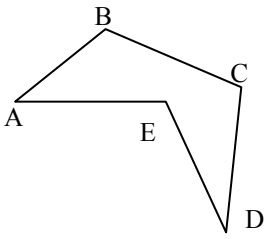
I. Définitions et vocabulaire des quadrilatères

1) Ligne brisée, et polygone

Un ***polygon***e est une ligne brisée fermée.
Poly : plusieurs. Gone : « gonos » : angles

EXMPLE : pentagône : penta : 5.
Si tous les côtés sont égaux alors le **polyône et régulier**.

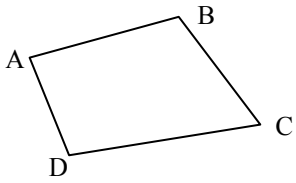




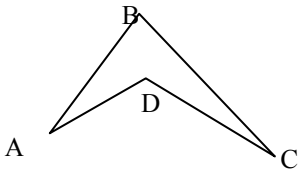
2) Quadrilatères

Définition: Un quadrilatère est un polygone qui a 4 côtés.

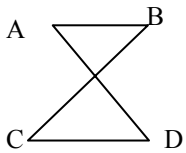
Exemples:



Quadrilatère convexe



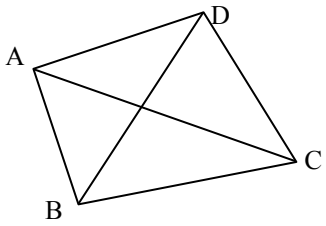
Non convexe



Croisé

Vocabulaire
Quadrilatères étudiés sont tous convexes.

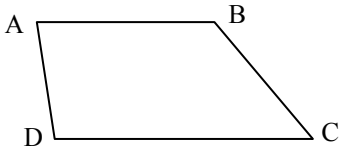
Les points A. ; B ; C et D sont les ***sommets***.
Les segments [AB]; [BC]; [CD]; [DA] sont les ***côtés***.
Les segments [AC]; [BD] sont les ***diagonales***.
[AB] et [BC] sont ***des côtés consécutifs,*** (qui se suivent)
[AB] et [CD] sont ***des côtés opposés***



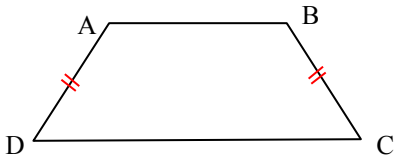
3) Trapèze

Définition: Un trapèze est un quadrilatère qui a 2 côtés parallèles.

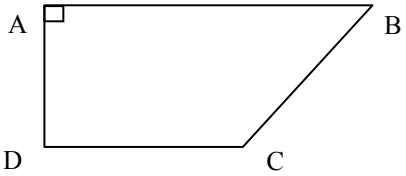
Exemples:



Trapèze Quelconque



Un trapèze qui a deux côtés égaux est un Trapèze isocèle

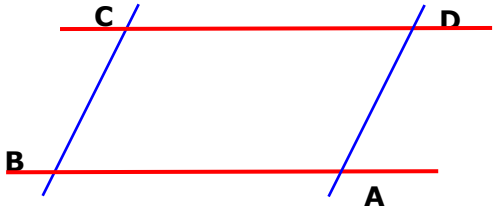


Un trapèze qui a un angle droit est un trapèze rectangle.

II. Parallélogrammes

1) Définition

Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés parallèles 2 à 2.



(AB) // (CD) et (BC) // (AD)

Cette définition contient deux propriétés.
Toutes les propriétés et les définitions doivent être pensées sous la forme:

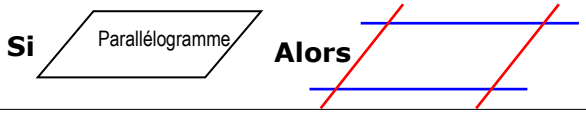
Si **Conditions** alors **Conclusions**

Première propriété

Si un quadrilatère est un parallélogramme alors Ses côtés opposés sont parallèles

Ou bien

Si ABCD est un parallélogramme alors (AB) // (CD) **et** (AD) // (BC)



Deuxième propriété

Si les côtés opposés d'un quadrilatère sont parallèles 2 à 2 alors Ce quadrilatère est un parallélogramme

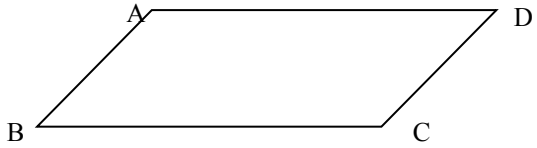
Ou bien

Si (AB) // (CD) **et** (AD) // (BC) alors ABCD est un parallélogramme

Cette deuxième propriété s'obtient en inversant la condition et la conclusion, on l'appelle :**la Réciproque** de la première propriété,

III. Les Diagonales

Tracer un parallélogramme ABCD.
Tracer ses diagonales, elles se coupent en O.
Mesurez les longueurs AO, BO, CO, et DO.
Que peut-on en déduire ?



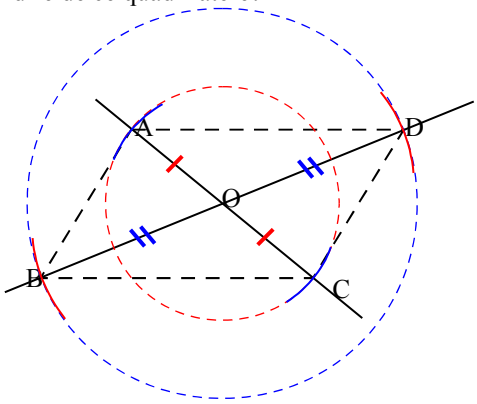
AO = OC = BO = OD =

AO = OC et O ∈ [AC] donc O est milieu de [AC]

et BO = OD et O ∈ [BD] donc O est milieu de [BD]

Les diagonales [AC] et [BD] ont le même milieu, donc ABCD est un parallélogramme

Tracer un quadrilatère ABCD dont les diagonales se coupent en leur milieu.
Que peut-on en dire de ce quadrilatère?



Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme

Première propriété

Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses diagonales se coupent en leur milieu

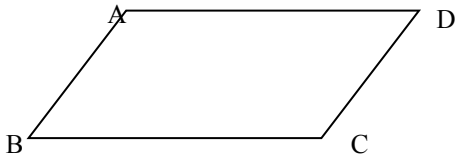
Deuxième propriété

Si Les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu alors Ce quadrilatère est un parallélogramme

IV. Les Côtés opposés

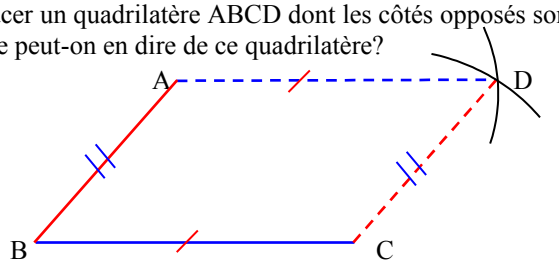
Tracer un parallélogramme ABCD. Mesurez ses côtés.
Que peut-on en déduire ?

AB =
BC =
CD =
AD =



Les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur.

Tracer un quadrilatère ABCD dont les côtés opposés sont égaux.
Que peut-on en dire de ce quadrilatère?

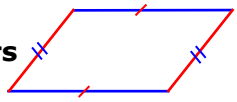


un quadrilatère qui a ses côtés opposés égaux 2 à 2 est un parallélogramme

Première propriété

Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont égaux

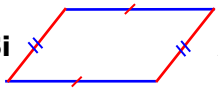
Si Parallélogramme **Alors**



Deuxième propriété

Si un quadrilatère a ses côtés opposés de même longueur alors Ce quadrilatère est un parallélogramme

Si



Alors Parallélogramme

V. Centre de symétrie

O est le centre de symétrie de ABCD.
. Les points A et C sont symétrique par rapport à O; . Les points B et D sont symétriques par rapport à O

Si un quadrilatère ABCD admet un centre de symétrie **alors** ce quadrilatère est un parallélogramme.
Si un quadrilatère est un parallélogramme **alors** il admet un centre de symétrie. (c'est l'intersection des diagonales).

Première propriété

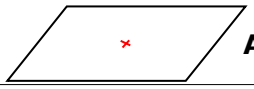
Si un quadrilatère est un parallélogramme alors Ce quadrilatère a un centre de symétrie

Si Parallélogramme **Alors**

Deuxième propriété

Si Un quadrilatère a un centre de symétrie alors Ce quadrilatère est un parallélogramme

Si



Alors Parallélogramme

VI. Les angles opposés

*Un parallélogramme **est** un quadrilatère qui a ses **angles opposés** égaux 2 à 2.*

Première propriété

Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses angles opposés ont même mesure

Si Parallélogramme **Alors**

Deuxième propriété

Si un quadrilatère a ses angles opposés de même mesure alors Ce quadrilatère est un parallélogramme

Si

Alors Parallélogramme

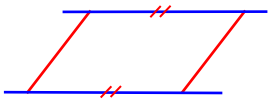
VII. Deux Côtés opposés

Un parallélogramme est un quadrilatère qui a deux côtés parallèles et de même longueur.

Première propriété

Si un quadrilatère est un parallélogramme alors Il a deux côtés parallèles et de même longueur

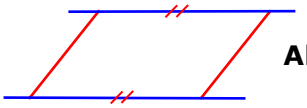
Si Parallélogramme **Alors**



Deuxième propriété

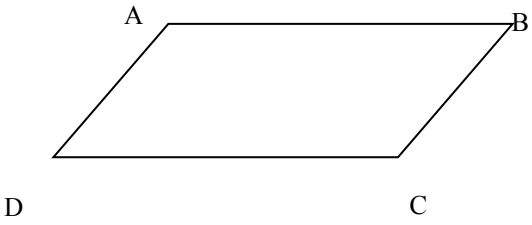
Si un quadrilatère a deux côtés parallèles et de même longueur alors Ce quadrilatère est un parallélogramme

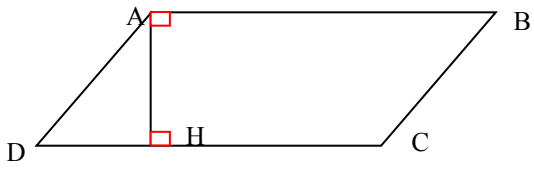
Si **Alors** Parallélogramme

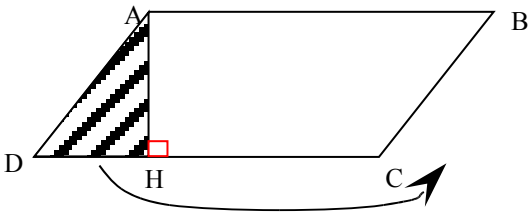


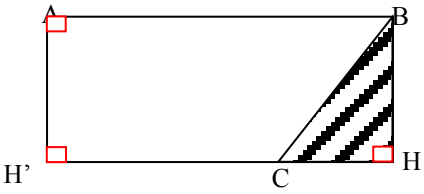
VIII. Aire d'un parallélogramme

Activité









- Découper le parallélogramme ABCD
- Tracer la perpendiculaire à [CD] passant par A. Elle coupe [CD] en H
- Découper le triangle DAH. Placer son côté [AD] sur le côté [BC].
- On obtient ainsi un rectangle ABHH' qui a la même aire que le parallélogramme ABCD.

On en déduit que l'aire du parallélogramme ABCD est égale à l'aire du rectangle ABHH' = AB×AH
AH est la hauteur relative au côté [AB].

L'aire A d'un parallélogramme est égale au produit d'un côté par la hauteur relative à ce côté

Les longueurs AH et AB doivent être exprimées dans la même unité.